

## ACTIVIDADES CON SOMBRAS

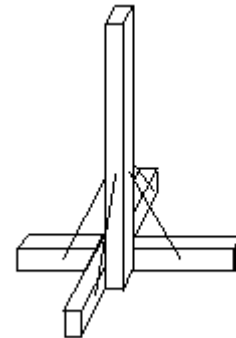
Se recogen a continuación una serie de actividades secuenciales que pueden realizarse al principio de un curso de astronomía en secundaria en las que el alumnado va obteniendo por sí mismo los datos que necesita para trabajar, al principio observando y midiendo sombras, y mediante su utilización será capaz de alcanzar con sus propios medios unos resultados altamente motivadores y gratificantes. Desde el trazado de la dirección Norte-Sur hasta el cálculo del tamaño de la Tierra, de la Luna o la distancia entre ambos astros.

Estas 6 actividades, junto con otras más de 60 que completan todos los temas del curriculum de la asignatura opcional de astronomía en el segundo ciclo de la E.S.O. se recogen en la publicación TALLER DE ASTRONOMIA, editado por el Servicio de Publicaciones del Gobierno Vasco con el número 55 en la colección MATERIALES CURRICULARES, y el número 62 ASTRONOMIA LANTEGIA en la versión en euskera.

### Actividad I: TRAZADO DE LA LÍNEA MERIDIANA Y DETERMINACION DE LOS PUNTOS CARDINALES

En el patio, en un lugar soleado, se van pintando con tiza o pintura a lo largo de todo el día (o al menos desde una hora antes y después del mediodía) las posiciones del extremo de la sombra producida por un gnomon vertical y se van uniendo dichas marcas con una línea continua. (Lo ideal es hacer las marcas con antelación, aprovechando un día que haga Sol y que no se borren, para no depender de la climatología el día de realizar la actividad, ni de la hora; pues en caso contrario habría que hacerla bastante después del mediodía). Una vez pintadas las marcas, en clase se pasa un cuestionario y se vuelve al lugar donde se marcaron las sombras para realizar el trazado de la línea meridiana (tal como allí se describe), que queda marcado con pintura en el suelo. A partir de la dirección Norte-Sur se determinan el Este y el Oeste por métodos geométricos o midiendo un ángulo recto con la ballestilla.

Se puede utilizar un gnomon vertical fijo, como el poste de una portería o uno que nos coloquen para nuestro uso en astronomía, o bien uno móvil de madera, fácil de construir con un listón, y de transportar como el que se muestra en la figura. En este caso, para que nos sirva para otras actividades, marcaremos en el suelo con pintura la posición de la base del mismo.



## Cuestionario para el alumnado

Seguramente habrás oído hablar de varios métodos para conocer donde están los puntos cardinales, en definitiva para orientarte: Que si el musgo de los árboles sale más por la zona orientada al Norte, que si los hormigueros tienen la salida orientada al Sur, que si el Sol sale por el Este y se pone por el Oeste, ... Hay incluso métodos complicados utilizando las manecillas de un reloj, pero todos ellos son muy poco fiables y se puede cometer un gran error. Sin duda habrás pensado desde el principio, que el tema se soluciona con una brújula; pero seguramente te sorprenderá el hecho de que desde tiempos antiguos, cuando dicho instrumento no se conocía, se podía saber con una total precisión donde estaba al Norte, y también te extrañará el saber que si utilizamos la brújula cometeremos un error de hasta  $11^\circ$ , que es la diferencia entre el Norte magnético y el Norte geográfico, aunque esta diferencia (Llamada declinación magnética) dependerá del lugar de la Tierra en que se mida, y de la fecha.

Hay dos métodos mucho más exactos que la brújula, para determinar la dirección Norte-Sur; uno de ellos es utilizar la posición de la estrella Polar, que marca el Norte Celeste, con un error menor que  $1^\circ$ , pero puede tener el inconveniente de no conocer cual es dicha estrella, no poderla ver bien por las luces de la ciudad, y tener que trazar la vertical exacta, para situar el punto cardinal Norte.

El otro método, que es el que vamos a utilizar porque es totalmente exacto haciéndolo con cuidado, es calcularlo a partir de la posición del Sol, y las sombras que produce. Para entenderlo, rellena el siguiente cuestionario:

1- Si el Sol sale (exactamente o aproximadamente, eso ya lo veremos más adelante) por el \_\_\_\_\_ y se pone por el \_\_\_\_\_, en la mitad del día, es decir, en el medio de su recorrido aparente, estará en la dirección \_\_\_\_\_

2- Si una vez que sale va ganando altura, y en el momento de ponerse va descendiendo, en mitad \_\_\_\_\_ de su recorrido (es decir a mediodía), su altura sobre el horizonte **será la mayor del día, o la menor, o una altura intermedia** (tacha lo que sea falso)

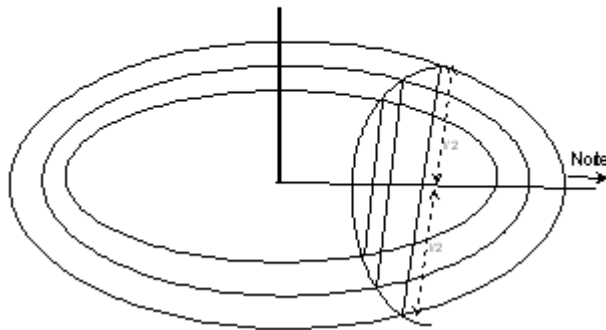
3- Por lo tanto a mediodía, la longitud de la sombra que produce un objeto vertical es **la más larga del día, o la más corta, o de una longitud intermedia** (tacha lo que sea falso)

4- De la cuestión 1 y 3 se deduce que la dirección NORTE-SUR será la de la sombra **más larga, o más corta, o intermedia** (tacha lo que sea falso) y ¿en qué momento del día ocurrirá? \_\_\_\_\_

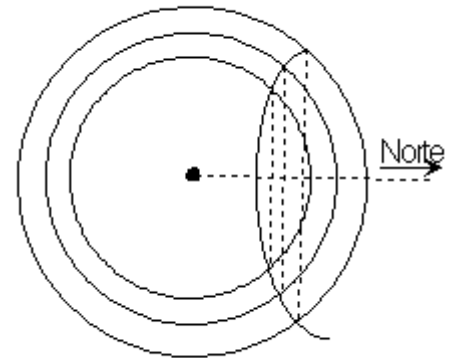
¿Y cómo conseguimos averiguar cuál es la sombra más corta que proyecta un objeto vertical? Si vamos midiendo todas las sombras continuamente no es muy fácil, pues alrededor del mediodía, la longitud de la misma varía muy poco, mientras que su orientación cambia más rápidamente. El método más aconsejable es trazar un círculo con centro en la base del objeto, y se anotan los dos puntos en que el extremo de la Sombra le corta. La mediatriz del segmento cuyos extremos son esos dos puntos (que podemos determinar uniendo el punto medio con la base del objeto) es la línea Norte-Sur, que trazaremos en el Suelo y luego llevaremos a un plano del Instituto y un mapa más general, sobre el que comprobarás la coincidencia del resultado obtenido con el real.

Para evitar errores, conviene repetir el proceso, trazando varios círculos concéntricos y promediando las mediatrices.

Para empezar, iremos dibujando el punto del extremo de la sombra, a partir de las 12 (si estamos con horario de verano a las 13). Luego trazamos círculos concéntricos, el mayor de ellos que pase por la primera anotación de la sombra (los otros, ligeramente más pequeños)



PERSPECTIVA



PLANTA

## Actividad 2- CÁLCULO DE LA ALTURA MERIDIANA O ALTURA DE CULMINACION DEL SOL

(Esta actividad debe ser realizada una vez a modo de ejemplo o mejor cada semana o quincena, para ver la evolución del resultado según la fecha y hacer un estudio más completo)

Una vez dibujada la línea meridiana con un gnomon fijo (un poste de una portería p.ej.) o móvil que se colocará cada vez en la misma posición, **se espera a que su sombra coincida exactamente con la línea meridiana**, en cuyo momento se anota su longitud y la hora.

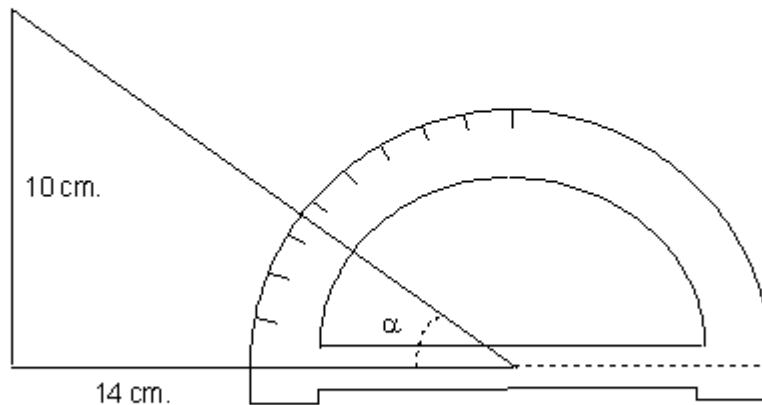
Con la longitud de la sombra y del gnomon se calcula el ángulo de la altura del Sol, bien por trigonometría, o utilizando la semejanza de triángulos se dibuja en un papel un triángulo rectángulo cuyos catetos guarden la misma proporción que la sombra y el gnomon, y con un transportador de ángulos se mide la altura del Sol.

### EJEMPLO DEL CÁLCULO:

Si un gnomon vertical de longitud  $L=1$  metro de diámetro produce al mediodía una sombra  $S$  de 1,4 metros, la altura meridiana del Sol se puede calcular

a) Por semejanza de triángulos:

Se dibuja un triángulo rectángulo de catetos 10 y 14 centímetros, y con el transportador se mide el ángulo  $\alpha$



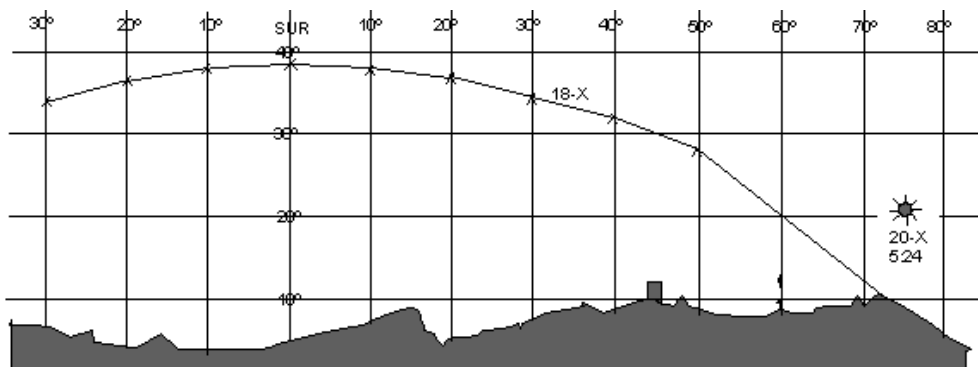
b) Por trigonometría:

$$\alpha = \text{Arc tg } \frac{L}{S} = \text{Arc tg } \frac{1}{1,4} = 35,5^\circ$$

Conviene ir comentando los resultados a lo largo de todo el curso, según se van recogiendo estos datos, e incluso sugerir al alumnado que haga predicciones sobre los resultados futuros.

Estos resultados que se van obteniendo, pueden trasladarse a un mural en el que se haya dibujado el horizonte. En la dirección Sur, a la altura calculada se van poniendo pequeñas etiquetas adhesivas con la figura de un sol, la fecha y la hora de culminación.

Ello permitirá visualizar de manera directa la evolución de la altura de culminación del sol. En ese mural pueden añadirse otros datos como lugares y horas de salidas y puestas de Sol observadas, y trazar las trayectorias aproximadas.

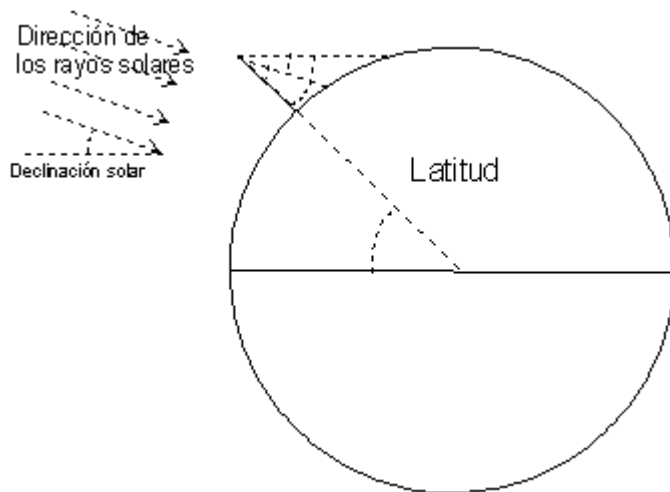


### Actividad 3-CÁLCULO DE LA LONGITUD Y LATITUD APROXIMADA DE LA LOCALIDAD

A partir del cálculo de la altura meridiana del Sol, y la hora en que éste pasa por nuestro meridiano (actividad 2) se puede calcular la Latitud y la Longitud geográfica aproximada de nuestra localidad. Si se tienen datos de varios días, se hacen los cálculos con cada uno, y se promedian los resultados:

Para calcular la Latitud: Si se pudiese tener las mediciones del día del equinoccio, la altura meridiana del Sol es la colatitud, y su ángulo complementario la latitud. En caso contrario, al complementario de la altura meridiana, se le suma la declinación solar de ese día, que se toma del anuario de efemérides, y se obtiene la latitud.

Por ejemplo si medimos la altura meridiana del Sol y obtenemos  $50^\circ$  el día del equinoccio, la latitud será  $40^\circ$  ( $90-50$ ). Pero si lo hacemos en otra fecha y vemos en el libro de efemérides que ese día el Sol tiene una declinación positiva de  $8^\circ$  nuestra latitud será  $48^\circ$ , o si la declinación solar fuese  $-3^\circ$  nuestra latitud sería  $37^\circ$



Para calcular la Longitud: Se obtiene la diferencia de la hora de culminación del Sol en el meridiano cero, que se toma de las efemérides, y la que se ha obtenido en nuestra localidad.

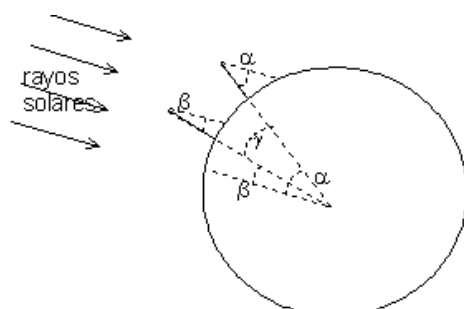
Teniendo en cuenta que en 24 horas el Sol recorre (tomando como referencia nuestro observatorio en la Tierra)  $360^\circ$ , con una regla de tres se obtiene a partir del tiempo que tarda el Sol de pasar del meridiano cero al nuestro, el ángulo que nos separa del Greenwich.

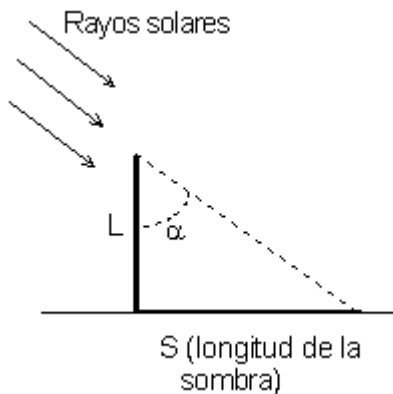
#### Actividad 4- MEDICIÓN DEL TAMAÑO DE LA TIERRA.

Para realizar esta actividad, en la que se utiliza un método similar al usado por Eratóstenes en el siglo III A.C., es necesario contactar con otros centros o personas situadas en latitudes lejanas a las nuestras, y a ser posible en la misma longitud geográfica. Es suficiente encontrar un solo colaborador, aunque si se hace simultáneamente con varios, se pueden promediar los resultados al objeto de reducir errores.

Antes de realizar las mediciones se puede ilustrar previamente la práctica con el vídeo de COSMOS (solo 10 minutos, donde se relata la experiencia de Eratóstenes)

Se mide desde ambos lugares los ángulos alfa y beta (complementarios de la altura meridiana del Sol) cualquier día del año (en ambos el mismo día), y restando ambos ángulos obtenemos la diferencia de latitud: gamma, que según la distancia que nos separe medida en un mapa de acuerdo con su escala, y mediante una simple proporción se calcula la longitud de la circunferencia terrestre.





La manera en que se eligen los colaboradores, puede ser buscar en un mapa localidades situadas en nuestro mismo meridiano, buscar las direcciones de centros escolares de dichas localidades, contactar con ellos explicando el proyecto, y esperar su respuesta, que en la mayoría de los casos suele ser afirmativa. Una vez que se contacta con alguien dispuesto a colaborar se le puede "utilizar" en los siguientes años. Si se conoce algún centro en el cual se imparte Astronomía, aunque no sea de nuestro meridiano, se puede contar con él para que calcule la altura meridiana del Sol utilizando como nosotros un gnomon vertical y la línea meridiana trazada previamente en el suelo. La diferencia de declinación solar en los pocos minutos en que tarde de pasar de su meridiano al nuestro es mínima. En este caso no hay que utilizar la distancia real entre las dos ciudades, sino la que nos separa de un punto de su mismo paralelo y de nuestro meridiano, fácil de localizar en el mapa mediante el trazado de ambas líneas. En caso que estén dispuestos a colaborar pero no conozcan el procedimiento conviene que sean de nuestro mismo meridiano y les indicaremos la hora de la medición para que sean simultáneas en el momento del mediodía verdadero en nuestro meridiano, sin más explicaciones.

## Actividad 5- CÁLCULO DEL TAMAÑO DE LA LUNA

Se utiliza un método similar al ideado por Aristarco de Samos en el siglo III a. C., a partir de la sombra que la circunferencia terrestre proyecta sobre la Luna durante un eclipse lunar.

En vez de medir los tiempos en que la Luna entra dentro de la sombra de la Tierra, lo cual es muy problemático y lleva a unos cálculos complicados según sea la geometría del eclipse, se utiliza una fotografía que nosotros mismos tomemos, utilizando un telescopio o un potente teleobjetivo, de un eclipse lunar en su fase parcial. Si no se dispone de ninguna, se puede buscar en internet.



Se reparte al alumnado fotocopias de esta fotografía, y ellos deben completar la circunferencia de la sombra de la Tierra, a partir de la porción de la misma que se aprecia en la Luna parcialmente eclipsada, por alguno de los dos métodos que se describe luego.

Una vez obtenida la circunferencia, no se puede suponer que es del tamaño de la Tierra, pues la sombra de ésta no es un cilindro como supuso Aristarco, sino un

cono. Son curiosos los datos erróneos que figuran en algunos libros sobre los resultados obtenidos por Aristarco.

No es difícil sin embargo saber cuánto se ha reducido el tronco de cono, a partir del dato de que durante un eclipse solar la sombra de la Luna se reduce prácticamente a un punto, o que desde la Tierra el Sol y la Luna tienen el mismo tamaño angular. Según se aprecia en el gráfico del libro del alumnado, y considerando triángulos "casi" iguales (pues los rayos solares que pasan por el borde de la Tierra o de la Luna son prácticamente paralelos) hay que añadir a la circunferencia calculada, el diámetro lunar que se mide en la foto.

El planteamiento al alumnado sería el siguiente:

Si en la actividad anterior calculaste el tamaño de la Tierra, ahora vas a hacer algo que parece más difícil todavía: calcularás el tamaño de la Luna. Para ello no podemos ir hasta allí para poner listones y medir su sombra, y tendremos que utilizar otro método totalmente distinto.

La Naturaleza nos ayudará, con unos fenómenos tan curiosos como espectaculares que son los eclipses de Luna, y que quizás hayas contemplado alguno. Ya sabes que en estos fenómenos la Tierra se interpone entre el Sol y la Luna e interrumpe el paso de los rayos que iluminan nuestro satélite. Por lo tanto cuando la Luna está a medio taparse, podemos ver sobre su superficie la curvatura que produce la Tierra con su sombra. Como acabamos de calcular el tamaño de la Tierra, comparando el tamaño de su sombra con el de la Luna sabremos cuánto es de grande nuestro satélite. Ya en la antigua Grecia, Aristarco se Samos en el siglo III a. C., hizo algo parecido para medir la Luna durante un eclipse lunar. Aunque para comparar el tamaño de la sombra de la Tierra con la Luna Aristarco realizó mediciones y comparaciones de los tiempos en que la Luna tardaba en ocultarse, y en que permanecía totalmente tapada, y luego hizo sus cálculos. Nosotros podemos hacerlo más fácil, con una fotografía de un eclipse parcial de Luna, como la que tienes aquí, o una que hayáis tomado vosotros-as o vuestro profe durante algún eclipse, si tuvisteis la suerte de ver alguno.

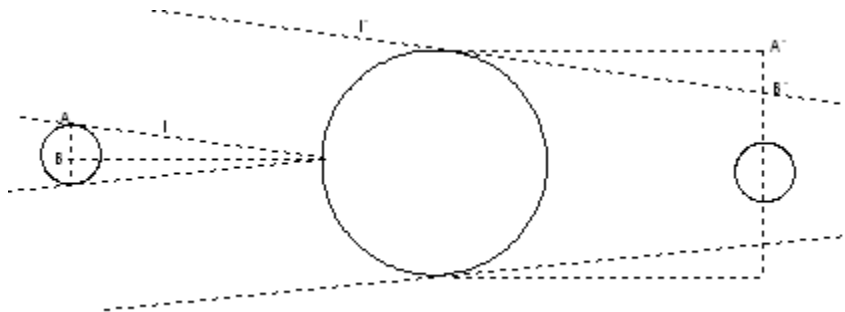
- Completa el arco de circunferencia de la sombra de la Tierra:

Si conoces el método geométrico, lo puedes hacer con un compás y una regla, tomando tres puntos de este arco, teniendo en cuenta que el centro de la circunferencia estará en el punto de corte de las mediatrices de los dos segmentos cuyos extremos son estos puntos (el punto central lo tomas como extremo de los dos segmentos).

Si nunca se te ha dado bien el manejo de regla y compás, dibuja y recorta circunferencias de varios tamaños, hasta que encuentres una que se ajuste al arco que conocemos

- Mide y anota el diámetro de la circunferencia de la Luna en la foto  $d=.....$
- Mide y anota el diámetro de la circunferencia de la sombra de la Tierra  $D= .....$

Si suponemos que la sombra de la Tierra es del mismo tamaño que ésta, comparando estos valores con el tamaño real de la Tierra, ya sabremos cuánto mide la Luna; pero ¿es cierta esta suposición? Fíjate que al ser el Sol más grande que la Tierra, la sombra de ésta es un cono y va disminuyendo de tamaño. Pero podemos saber cuánto disminuye si nos fijamos en que el tamaño de la Luna visto desde la Tierra es igual al del Sol, por lo que al ser paralelas las líneas  $l$  y  $l'$  del gráfico adjunto, la distancia  $AB$  es igual a  $A'B'$



Por ello el diámetro real de la Tierra a la misma escala de la foto será  $D+d = .....$   
Calcula ahora con una proporción (utilizando  $D+d$ ,  $d$ , y el diámetro de la Tierra) el diámetro de la Luna .....

## Actividad 6- CÁLCULO DE LA DISTANCIA A LA LUNA

Aunque se requiere una mínima precisión en la medida, y la utilización de trigonometría, el alumnado de secundaria puede calcular, por sus propios medios, la distancia entre la Tierra y la Luna midiendo su tamaño angular aparente con una ballestilla y utilizando los datos que ha obtenido en actividades anteriores. La medición del tamaño angular de la Luna conviene tenerla hecha con anterioridad a la realización de los cálculos, pues para poder observar la Luna en horas de clase (por la mañana), debe estar nuestro satélite en fase menguante, y el cielo debe estar muy limpio.

Como el ángulo que abarca la Luna es muy pequeño (medio grado) hay que insistir al alumnado en que intente hacer la medida con precisión, pues en ocasiones tiende a exagerar el valor o "redondear" hasta un grado. Así mismo conviene indicarles que la medición debe hacerla según el meridiano lunar (de norte a Sur), pues en caso contrario la fase en que se encuentre reduce la medida.

Si el alumnado no conoce la trigonometría, el intento de realizar este cálculo por medio de triángulos semejantes resulta en este caso algo problemático, por el

error que se puede cometer al dibujar un ángulo tan pequeño; y en todo caso habría que utilizar un papel muy grande para dibujar la figura. También se le puede explicar de una manera escueta el significado de la tangente trigonométrica, y la utilización de la correspondiente tecla de la calculadora.

El planteamiento al alumnado sería el siguiente:

Un día que veas la Luna, mide con la ballestilla su diámetro.

Recuerda, que si quieres hacerlo por la mañana en horario de clase, para que sea visible la Luna debe estar en fase ..... Y si lo piensas hacer por la tarde, tendrás preparada la ballestilla en casa, cuando esté en fase .....

Como el tamaño angular de la Luna es bastante pequeño, marca en tu ballestilla divisiones de  $1/4^\circ$ , aunque no hace falta en toda ella, sino solo en un pequeño tramo. Intenta ser objetivo-a y preciso-a en la medición, pues al ser una medida pequeña, a veces se tiende inconscientemente a aumentar su valor.

Una vez obtenida la medida, observa el siguiente gráfico de la situación, y con la ayuda de la calculadora y una sencilla fórmula trigonométrica; y utilizando el valor del diámetro de la Luna que obtuviste en la actividad anterior, calcula la distancia entre la Tierra y la Luna:

Fíjate en el gráfico que aparece un triángulo isósceles. Si lo dividimos en dos triángulos rectángulos, ¿Cuánto mide el ángulo de la parte inferior del triángulo rectángulo? .....

¿Qué lado conoces? .....

¿Qué lado tienes que calcular? .....

¿Entonces: qué razón trigonométrica debes de utilizar?

.....

Anota el valor que has obtenido de la distancia Tierra-Luna.....

